

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕПАРТАМЕНТ ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ
ВИКОНАВЧОГО ОРГАНУ КИЇВСЬКОЇ МІСЬКОЇ РАДИ
(КИЇВСЬКОЇ МІСЬКОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ)
КИЇВСЬКЕ ТЕРИТОРІАЛЬНЕ ВІДДІЛЕННЯ МАЛОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ
(КИЇВСЬКА МАЛА АКАДЕМІЯ НАУК)

Відділення комп'ютерних наук
Секція: комп'ютерні системи та мережі
Базова дисципліна: математика

ПРОГРАМНА СИСТЕМА ДОСЛІДЖЕННЯ
СЛАБОСТРУКТУРОВАНИХ ЗАДАЧ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

РОБОТУ ВИКОНАВ:

дійсний член МАН

Тригуб Роман Олександрович,

дата народження:

учень 11 класу

Києво-Печерського ліцею №171 «Лідер»

домашня адреса:

дом. телефон:

моб. Телефон:

Науковий керівник:

Редько Ігор Володимирович,

професор національного технічного університету

«Київський політехнічний інститут»,

доктор фізико-математичних наук.

Педагогічний керівник:

ПРОГРАМНА СИСТЕМА
ДОСЛІДЖЕННЯ СЛАБОСТРУКТУРОВАНИХ ЗАДАЧ
БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Тригуб Роман Олександрович, 11 клас, Києво - Печерський ліцей № 171 «Лідер» м. Києва; Київське територіальне відділення МАНУ; науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор національного технічного університету «Київський політехнічний інститут» Редько Ігор Володимирович.

Серед багатокритеріальних задач прийняття рішень, що особливо часто виникають на практиці, актуальними залишаються задачі вибору альтернатив. Математично такі задачі описуються набором альтернатив, для кожної з яких задаються значення певних показників (критеріїв). Розв'язком такої задачі вважається альтернатива, яка має найкращі (за сукупністю) значення критеріїв, які в загальному випадку відрізняються різною вагомістю.

Існуючі на сьогодні програмні продукти розв'язання наведеного класу задач обмежуються лише знаходженням найкращої альтернативи, тоді як запропонована програмна система крім вирішення цієї нетривіальної задачі ще дозволяє розробити для будь-якої з «програвших» альтернатив рекомендації (так би мовити «настанови до дій»), дотримання яких дозволить їй стати найкращою. Алгоритм, який генерує ці інструкції є основним науковим результатом роботи, а його реалізація у вигляді програмної системи – основним практичним результатом.

Зауважимо, що для обраної користувачем альтернативи програмна система згенерує в певному сенсі «інтелектуальний» список рекомендацій, виконання якого дозволить даній альтернативі перемогти. Під «інтелектуальністю» розуміється формування таких інструкцій для даної альтернативи, які б, з одного боку, потребували якомога менше зусиль (змін) альтернативи в порівнянні з її попереднім станом, та, з іншого, цих зусиль (змін) вистачало б для того, щоб дана альтернатива стала найкращою.

**ПРОГРАМНА СИСТЕМА
ДОСЛІДЖЕННЯ СЛАБОСТРУКТУРОВАНИХ ЗАДАЧ
БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ**

ЗМІСТ

ЗМІСТ	4
ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ 1	7
МЕТОД АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ.....	7
1.1 Принцип ідентичності і декомпозиції.....	8
1.2 Принцип дискримінації і порівняльних суджень	9
1.2.1 Попарні порівняння	9
1.2.2 Рекомендована шкала відносної вагомості	10
1.3 Синтез пріоритетів	11
1.3.1 Синтез: локальні пріоритети.....	11
1.3.2. Узгодженість локальних пріоритетів.....	12
1.3.3. Синтез: глобальні пріоритети	13
РОЗДІЛ 2	15
АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ РЕКОМЕНДАЦІЙ АЛЬТЕРНАТИВИ, ЯКА ПРОГРАЛА	15
РОЗДІЛ 3	19
ОПИС ПРОГРАМНОЇ СИСТЕМИ НА ПРИКЛАДІ ЗАДАЧІ ВИБОРУ НАЙКРАЩОГО ФУТБОЛІСТА ЄВРОПИ 2012 Р.....	19
ВИСНОВКИ.....	25
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	26
ДОДАТОК.....	27
ЗАСТОСУВАННЯ ПРОГРАМНОЇ СИСТЕМИ ДО ЗАДАЧІ ВИБОРУ НАЙКРАЩОГО АВТОМОБІЛЮ.....	27

ВСТУП

Серед багатокритеріальних задач прийняття рішень [1-5], що особливо часто виникають на практиці, актуальними залишаються задачі вибору альтернатив [6-8]. Математично такі задачі описуються набором альтернатив, для кожної з яких задаються значення певних показників (критеріїв). Розв'язком такої задачі вважається альтернатива, яка має найкращі (за сукупністю) значення критеріїв, які в загальному випадку відрізняються різною вагомістю.

Як правило, людина завжди намагається здійснити найкращий вибір. Але можливості людини щодо глибокого аналізу інформації не є безмежними. Це особливо відчувається сьогодні, в епоху інформаційного суспільства, коли, з одного боку, з кожним днем у нас все більше знань про навколишній світ, а з іншого, ми не встигаємо цю інформацію переосмислити, бо часто вимушені приймати рішення за умов часових обмежень. Який же вихід? На нашу думку в таких ситуаціях людині могли б допомогти «розумні» комп'ютерні програми із зручним інтерфейсом, які б відігравали роль своєрідних помічників. Очевидно, що з часом саме такі системи стануть все більш затребуваними, що свідчить про *актуальність* та перспективність даних досліджень.

Об'єкт дослідження роботи – процеси прийняття оптимальних рішень для слабоструктурованих (слабо формалізованих) задач багатокритеріальної оптимізації.

Предмет дослідження роботи – математичні моделі та методи розв'язання слабоструктурованих задач багатокритеріальної оптимізації.

Метою роботи «Програмна система дослідження слабоструктурованих задач багатокритеріальної оптимізації» є створення програмної системи (програмного комплексу) для особи чи колегіального органу, що приймає відповідальні рішення.

Завдання дослідження:

1. реалізувати у системі процес розв'язання задачі знаходження найкращої альтернативи за сукупністю критеріїв;
2. розробити і реалізувати у системі алгоритм, який для будь-якої «програвшої» альтернативи побудує рекомендації, дотримання яких гарантує їй перемогу.

Для досягнення мети в роботі застосовані наступні *методи досліджень*:

1. Метод аналізу ієрархій – для формалізації слабоструктурованої задачі багатокритеріальної оптимізації та знаходження оптимального рішення;
2. методи математичного програмування – для побудови рекомендацій «програвшим» альтернативам, дотримання яких гарантує їм перемогу;
3. обчислювальний експеримент – для відлагодження системи і розробки дружнього інтерфейсу, орієнтованого на непрофесійних користувачів комп'ютерів.

Огляд систем підтримки прийняття рішень (в тому числі і для слабоструктурованих задач) наведений у роботах [9,10]. Існуючі на сьогодні програмні продукти розв'язання даного класу задач обмежуються лише знаходженням найкращої альтернативи, тоді як запропонована система, крім вирішення цієї задачі ще дозволяє розробити для будь-якої з «програвших» альтернатив інструкції («настанови до дій»), дотримання яких дозволить їй стати найкращою. Це і є основним результатом роботи.

Функціонально система складається з двох основних частин: перша методом аналізу ієрархій (MAI) знаходить найкращу альтернативу, друга за розробленим алгоритмом згенерує для будь-якої іншої альтернативи «настанови до дій».

Робота має нові як теоретичні, так і практичні результати.

Основним науковим результатом роботи є побудова алгоритму для розв'язання таких задач багатокритеріальної оптимізації, в яких альтернативи можуть змінювати (покращувати) свій стан. Вперше розроблено алгоритм, який дозволяє отримати для однієї з «програвших» альтернатив рекомендації, дотримання яких гарантує альтернативі перемогу.

Основним практичним результатом роботи є створення програмного продукту, в якому реалізований запропонований алгоритм.

Програмна система розроблена в інтегрованому середовищі Delphi 7 у відповідності з концепцією GUI (англ. Graphical user interface), тобто система характеризується дружнім інтерфейсом, орієнтованим на непрофесійних користувачів комп'ютера.

РОЗДІЛ 1 МЕТОД АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ

Метод аналізу ієрархій (МАІ) був розроблений американським математиком Т. Сааті в 1980 р. під назвою «analytic hierarchy process» [8]. На сьогодні МАІ є одним з найбільш відомих методів розв'язання слабоструктурованих багатокритеріальних задач прийняття рішень. Основними його етапами є:

1. структурування задачі вибору найкращої альтернативи у вигляді ієрархії. В мінімальному вигляді така ієрархія має складатися з трьох рівнів: мети задачі (найвищий рівень), через критерії, які враховуються при вирішенні задачі (середній рівень) до альтернатив, з яких знаходиться найкраща (найнижчий рівень). Цей етап МАІ має назву «принцип ідентичності та декомпозиції».
2. Попарні порівняння між собою елементів одного рівня ієрархії з точки зору їх впливу на елемент ієрархії, розташований рівнем вище. Назва цього етапу – «принцип дискримінації та порівняльних суджень».
3. Отримання локальних пріоритетів елементів одного рівня ієрархії; вони характеризують відносний вплив кожного з елементів даного рівня ієрархії на елемент, розташований рівнем вище.
4. Отримання глобальних пріоритетів для всіх альтернатив; алгоритм обчислення враховує розраховані раніше локальні пріоритети. Фактично, це і є завершальним етапом розв'язання задачі, тобто альтернатива з найбільшим глобальним пріоритетом є найкращою. Етапи 3 та 4 мають об'єднану назву «принцип синтезу».

Такий підхід до розв'язку проблеми вибору виходить із природної здатності людини думати логічно і творчо, визначати події і встановлювати стосунки між ними. Відзначимо, що людині властиві дві характерні ознаки аналітичного мислення: перша – уміння спостерігати і аналізувати

спостереження; друга – здатність встановлювати стосунки між спостереженнями, оцінюючи рівень взаємозв'язків між відносинами, а потім синтезувати ці відносини в загальне сприйняття спостережуваного. Фактично МАІ відтворює цей процес, складовими якого є принцип ідентичності і декомпозиції, принцип дискримінації та порівняльних суджень і принцип синтезу. Розглянемо суть кожного з наведених етапів більш детально.

1.1 Принцип ідентичності і декомпозиції

Принцип ідентичності і декомпозиції передбачає структурування задачі у вигляді ієрархії або мережі, що є першим етапом застосування МАІ.

Існує кілька видів ієрархій. Найпростіші – домінантні ієрархії, які схожі на обернене дерево. Ієрархія вважається повною, якщо кожний елемент даного рівня є критерієм для всіх елементів нижче розташованого рівня, інакше ієрархія є неповною.

Процес структурування задачі учасниками може потребувати проведення додаткового аналізу, щоб мати впевненість, що критерії і альтернативи охоплюють всі наявні вподобання учасників обговорення і побудована ієрархія адекватно їх відображає. Не обов'язково, щоб усі учасники в процесі планування прийшли до абсолютної згоди по всім елементам ієрархії, бо в подальшому учасники процесу висловлюють своє бачення «значущості» (або вагомості) елементу ієрархії при проведенні попарних порівнянь. І якщо хтось з учасників обговорення вважає, що даний елемент не є суттєвим, він саме так його і оцінить. В цьому полягає певна «демократичність» МАІ. Проте обов'язковим є згода учасників процесу прийняття рішення по найвищому рівню ієрархії – меті (вершині) задачі, оскільки це визначить характер їх подальших суджень. Визначення мети може потребувати тривалих попередніх міркувань і переговорів.

1.2 Принцип дискримінації і порівняльних суджень

Після побудови ієрархії постає питання: як встановити пріоритети критеріїв і оцінити всі альтернативи за цими критеріями, обравши найкращу з них?

1.2.1 Попарні порівняння

Елементи ієрархії одного рівня порівнюються попарно відносно їхнього впливу на елемент ієрархії, розташований рівнем вище. Порівнюючи елементи один з одним, отримаємо квадратну матрицю вигляду:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \text{ де } a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}},$$

тобто для матриці виконується властивість зворотної симетричності (індекси i та j позначають рядок та стовпчик відповідно).

Нехай A_1, A_2, \dots, A_n – множина n елементів і w_1, w_2, \dots, w_n – їх вагомості; у табл. 1.1 наведені їх попарні порівняння.

Таблиця 1.1

Попарні порівняння вагомостей елементів між собою

	A_1	A_2	...	A_n
A_1	1	w_1/w_2	...	w_1/w_n
A_2	w_2/w_1	1	...	w_2/w_n
...	1	...
A_n	w_n/w_1	w_n/w_2	...	1

На основній діагоналі таких матриць завжди будуть розміщені 1, бо в цих клітинках порівнюється вагомість одного і того самого елементу. У випадку, коли вагомості w_1, w_2, \dots, w_n невідомі, попарні порівняння елементів проводяться на основі суб'єктивних суджень, які чисельно оцінюються за рекомендованою шкалою (опис шкали наведений далі в роботі).

Схожі матриці повинні бути побудовані і на всіх інших рівнях ієрархії (тобто мають бути проведені попарні порівняння елементів певного рівня відносно їх впливу на елемент, розташований рівнем вище). Наприклад, коли ієрархія складається з трьох рівнів (рівень мети, рівень критеріїв та рівень альтернатив), n кількість критеріїв, m – кількість альтернатив, то ми матимемо $(n + 1)$ квадратну матрицю попарних порівнянь: 1 матрицю розмірності $n \times n$, в якій попарно порівнюються вагомості критеріїв з точки зору їх впливу на досягнення мети задачі, а також ще n матриць розмірності $m \times m$, в кожній з яких попарно порівнюються між собою m альтернатив по відношенню до кожного з n критеріїв.

1.2.2 Рекомендована шкала відносної вагомості

Щоб мати можливість чисельно виразити суб'єктивні попарні порівняння, необхідна певна шкала, в межах якої ці порівняння будуть здійснюватися. У табл. 1.2 наведена шкала, яку використовує МАІ.

Таблиця 1.2

Рекомендована шкала порівняння

Показник відносної вагомості	Визначення
1	Рівна вагомість
3	Помірна перевага
5	Суттєва перевага
7	Сильна перевага
9	Абсолютна перевага
2, 4, 6, 8	Проміжні значення
Зворотні величини наведених чисел	Елемент поступається аналогічним чином

Доведено, що ця шкала є коректною і водночас достатньою для розв'язання багатьох практичних задач багатокритеріальної оптимізації.

При заповненні матриць попарних порівнянь за наведеною шкалою треба дотримуватись певних правил, а саме:

1. для кожної клітинки матриці порівнювати вагомість лівого елемента з вагомістю елемента, розташованому зверху: якщо перша вагомість більша за другу, ставимо ціле число зі шкали, інакше – зворотне;
2. в діагональні клітинки матриць заносяться одиниці;
3. в симетричні клітинки матриць заносяться зворотні величини; таким чином, в загальному випадку для заповнення матриці розмірності $n \times n$ достатньо здійснити $n(n - 1)/2$ порівнянь.
4. при проведенні попарних порівнянь альтернатив між собою стосовно критерію ставлять питання яка з альтернатив більш бажана, а при попарних порівняннях критеріїв між собою стосовно мети задачі, – який з критеріїв більш вагомий.

1.3 Синтез пріоритетів

1.3.1 Синтез: локальні пріоритети

З групи матриць попарних порівнянь елементів одного рівня ієрархії ми формуємо набір локальних пріоритетів, які виражають відносний вплив цих елементів на елемент ієрархії, розташований рівнем вище.

На практиці для наближеного обчислення локальних пріоритетів досить часто використовують геометричне середнє, коли треба перемножити елементи кожного рядка матриці і взяти від добутку корінь n -ї степені (де n – кількість елементів рядка). Отриманий таким чином стовпчик чисел треба нормалізувати, розділивши кожне число на суму всіх чисел. Наприклад, для наведеної вище табл. 1.1 компоненти вектору локальних пріоритетів L_i можна отримати наступним чином:

$$L_i = \frac{\sqrt[n]{\frac{w_i}{w_1} \cdot \frac{w_i}{w_2} \cdot \dots \cdot \frac{w_i}{w_n}}}{\sum_{j=1}^n \sqrt[n]{\frac{w_j}{w_1} \cdot \frac{w_j}{w_2} \cdot \dots \cdot \frac{w_j}{w_n}}}, i = \overline{1, n}.$$

Як правило, такі обчислення починають з другого рівня ієрархії (рівень критеріїв), поступово продовжують для всіх наступних рівнів і завершують побудовою локальних пріоритетів для найнижчого рівня (рівень альтернатив).

1.3.2. Узгодженість локальних пріоритетів

Дуже важливим параметром для кожної з матриць задачі є величина узгодженості (ВУ), яка надає інформацію про степінь порушення як порядкової (транзитивної), так і чисельної (кардинальної, $a_{ij} \cdot a_{jk} = a_{ik}$) узгодженості. В загальному випадку ми маємо не узгоджені матриці. Тому нам бажано мати критерій оцінки степені узгодженості матриць при розв'язанні практичної задачі. Саме таку роль і відіграє параметр ВУ.

Ідеальної узгодженості досить важко досягти на практиці. Але цього і не потрібно. Достатньо контролювати знаходження параметру ВУ в певних межах, і коли значення ВУ виходить за них, то особі, яка приймає рішення (ОПР) потрібно здійснити корекцію даних даної матриці.

Наведемо алгоритм наближеного обчислення величини узгодженості ВУ:

1. порахувати суму кожного стовпчика матриці;
2. суму першого стовпчика $\sum_{j=1}^n a_{1j}$ помножити на першу компоненту вектору пріоритетів L_1 , суму другого стовпчика $\sum_{j=1}^n a_{2j}$ – на другу компоненту вектору пріоритетів L_2 і т.д.;
3. порахувати суму отриманих чисел (позначимо її як λ_{max}), тобто

$$\lambda_{max} = \sum_{i=1}^n \left(L_i \cdot \sum_{j=1}^n a_{ij} \right).$$

4. порахувати індекс узгодженості $IY = (\lambda_{max} - n) / (n - 1)$, де n – порядок матриці; (для обернено симетричної матриці $\lambda_{max} \geq n$);
5. обчислити параметр $ВУ = IY / ВВУ$, де $ВВУ$ – величина випадкової узгодженості, яка вийшла б при випадковому виборі порівняльних суджень зі шкали $\left\{ \frac{1}{9}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \dots, \frac{1}{2}, 1, 2, \dots, 9 \right\}$ за умови оберненої

симетричності матриці. Значення ВВУ для матриць різного порядку становлять:

Розмір матриці	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ВВУ	0	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Розрахований параметр ВУ не повинен перевищувати $10 \div 20\%$. Для поліпшення узгодженості можна рекомендувати пошук додаткової інформації і коригування даних, введених під час проведення попарних порівнянь елементів певного рівня ієрархії.

1.3.3. Синтез: глобальні пріоритети

На заключному етапі МАІ здійснюється синтез (лінійна згортка) локальних пріоритетів на ієрархії, в результаті обчислюються пріоритети альтернатив відносно мети задачі (глобальні пріоритети). Найкращою вважається альтернатива, яка має максимальне значення глобального пріоритету. Наведемо алгоритм побудови глобальних пріоритетів:

1. пріоритети синтезуються, починаючи з другого і завершуючи найнижчим рівнем ієрархії;
2. локальні пріоритети перемножуються на пріоритет відповідного критерію на вище розташованому рівні і підсумовуються по кожному елементу відповідно до критеріїв, на які впливає цей елемент (на другому рівні ієрархії кожний елемент множиться на одиницю, тобто на вагу мети найвищого рівня ієрархії).

Це дає складовий, або глобальний, пріоритет того елемента, який потім використовується для оцінки вагомості локальних пріоритетів елементів, які порівнюються по відношенню до нього як до критерію і розташованих рівнем нижче. Процедура триває до найнижчого рівня. Наприклад, для ієрархії, яка складається з трьох рівнів (мета, критерії, альтернативи) глобальні пріоритети обчислюються за формулою:

$$G_k = \sum_{i=1}^n (L_i \cdot L_{ki}), k = \overline{1, m},$$

де G_k – глобальний пріоритет k -ї альтернативи; L_i – локальний пріоритет i -го критерію відносно мети задачі, L_{ki} – локальний пріоритет k -ї альтернативи відносно i -го критерію. Розраховані значення глобальних пріоритетів і будуть шуканими розв'язками задачі, а саме, – найкращою буде та альтернатива, яка має максимальне значення G_k .

РОЗДІЛ 2

АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ РЕКОМЕНДАЦІЙ АЛЬТЕРНАТИВИ, ЯКА ПРОГРАЛА

Для задач багатокритеріальної оптимізації в яких альтернативи можуть змінювати свій стан програмна система розробляє рекомендації, як бажаній альтернативі стати найкращою. Нехай n – кількість критеріїв, m – кількість альтернатив. $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ – множина альтернатив, A_{best} – найкраща на даний час альтернатива, $A^* \in A \setminus A_{best}$ – альтернатива, для якої розробляються рекомендації.

Пошук рекомендацій для альтернативи A^* розпочинається знаходженням певної середньої альтернативи (по кожному з критеріїв вона може бути інша), відносно якої аналізуються зміни стану альтернативи A^* . Вибір такої середньої альтернативи здійснюється на основі локальних пріоритетів на рівні критеріїв (тобто в межах одного критерію буде обрана альтернатива, яка не є найкращою, не є найгіршою, а її локальний пріоритет по цьому критерію знаходиться приблизно посередині). Такий підхід дозволяє провести повноцінний аналіз можливих змін стану альтернативи A^* на відміну від випадку, коли для порівняння обирається будь-яка інша альтернатива. Слід зауважити, що для порівняння не доцільно обирати альтернативу A_{best} , тому що це може призвести до невиправдано завищених рекомендацій для альтернативи A^* , тоді як порівняння з середньою альтернативою дозволить отримати такі рекомендації, які потребуватимуть від альтернативи A^* найменших змін. Для проведення повноцінного аналізу доцільно мати можливість робити відносно незначні зміни даного стану альтернативи A^* , які разом з тим могли б призвести до досягнення мети (щоб альтернатива A^* стала найкращою). Саме це і забезпечує середня альтернатива.

Альтернатива A^* стане найкращою, якщо її глобальний пріоритет стане максимальним. Для цього необхідно покращити значення локальних пріоритетів A^* по певним критеріям, а це вимагає побудови нових локальних пріоритетів для нового (зміненого) стану A^* .

Для розрахунку локальних пріоритетів для нових станів альтернативи A^* потрібно створити матриці попарних порівнянь усіх можливих покращень A^* відносно середньої альтернативи по всім критеріям. Розглянемо цей підхід на прикладі деякого критерію k . Нехай за критерієм k середньою альтернативою є C_k . Порівнюємо ці дві альтернативи A^* та C_k всіма можливими способами для кожного значення зі шкали $\{1/9, \dots, 9\}$ і заповнюємо матрицю попарних порівнянь нового стану альтернативи A^* (див. клітинки табл. 2.1 червоного кольору); при цьому значення попарних порівнянь A^* з іншими альтернативами оновлюються (див. клітинки табл. 2.1 зеленого кольору, в яких $w_{A^*_{new}}$ – нове значення вагомості альтернативи A^* після покращення).

Таблиця 2.1

**Матриця попарних порівнянь вагомостей альтернатив
після зміни стану альтернативи A^***

	A_1	A^*	C_k	...	A_m
A_1	1	$w_1/w_{A^*_{new}}$...	w_1/w_m
A^*	$w_{A^*_{new}}/w_1$	1	$\{1/9, \dots, 9\}$...	$w_{A^*_{new}}/w_m$
C_k		$\{9, \dots, 1/9\}$	1		
...		1	...
A_m	w_m/w_1	$w_m/w_{A^*_{new}}$...	1

Для отриманої матриці попарних порівнянь розраховуємо різницю локальних пріоритетів нового стану альтернативи A^* та найкращої альтернативи A_{best} . Нехай $L_{i,k}(A)$ – новий локальний пріоритет за критерієм k , $i \in \{9, \dots, 1/9\}$ для альтернативи A ; $L_k(A)$ – старий (початковий) локальний пріоритет за критерієм k ; w_k – вагомість k -го критерію. Тоді внеском до глобального пріоритету за критерієм k при умові, що альтернатива A^* покращиться відносно середньої альтернативи C_k в межах шкали $i \in (1/9 \dots 9)$ буде величина:

$$\Delta_{i,k} = ((L_{i,k}(A^*) - L_{i,k}(A_{best})) - (L_k(A^*) - L_k(A_{best})) * w_k$$

Розраховані значення $\Delta_{i,k}$ заносимо до табл. 2.2. Задача знаходження рекомендацій для альтернативи A^* зводиться до наступної задачі оптимізації:













$$h(\Delta) = \sum_{k=1}^n \Delta_{i_k,k} - (G(A_{best}) - G(A^*)) \rightarrow \min, (2.1)$$

де величини $h(\Delta) > 0, i_k \in \{1/9, \dots, 9\}$.

Таким чином необхідно знайти такі індекси i_k по кожному критерію ($k = \overline{1, n}$), які мінімізують $h(\Delta)$ – сумарний показник зусиль для альтернативи A^* . Проілюструємо сказане на табл. 2.2, яка показує степінь можливого наближення за глобальним пріоритетом до найкращої альтернативи A_{best} .

Таблиця 2.2

**Напрямок покращення вагомостей альтернативи A^*
відносно середньої (за кожним з критеріїв) альтернативи**

Шкала	Критерій K_1	Критерій K_2	Критерій K_3	...	Критерій K_{n-1}	Критерій K_n
9	$\Delta_{9,1}$	$\Delta_{9,2}$	$\Delta_{9,3}$		$\Delta_{9,n-1}$	$\Delta_{9,n}$
8						
...		 0		 0		
...	 0					 0
1/8					 0	
1/9	$\Delta_{1/9,1}$	$\Delta_{1/9,2}$	$\Delta_{1/9,3}$		$\Delta_{1/9,n-1}$	$\Delta_{1/9,n}$

Тут 0 – це ті клітинки, які відповідають початковому (старому) стану альтернативи A^* відносно середньої альтернативи по K_i -му критерію; ці значення не дадуть ніякого покращення до нового глобального пріоритету і тому в них поставлений 0, тобто $\Delta_{k_{start},k} = 0$; (k_{start} – початкове значення попарного порівняння альтернативи A^* відносно середньої за критерієм k , тобто

$k_{start} \in \{1/9, 1/8, \dots, 8, 9\}$). Побудова рекомендацій для кожного критерію (кожного стовпчику) здійснюється в напрямку стрілок.

Крім сумарного показника зусиль, який розраховується за формулою (2.1), можна обчислити кількість кроків, які треба зробити альтернативі A^* щоб стати найкращою (для кожної з рекомендацій). Тут під кроком розуміється перехід на 1 позицію в межах шкали $\{1/9, \dots, 9\}$ (наприклад, одним кроком є зміна стану альтернативи з $1/8$ до $1/7$, або з 2 до 3). Позначимо через num функцію, яка множині елементів шкали МАІ ставить у взаємно-однозначну відповідність множину натуральних чисел від 1 до 17, тобто $num: \{1/9, \dots, 9\} \rightarrow \{1, \dots, 17\}$. Тоді сумарна кількість кроків, потрібних для досягнення мети складатиме:

$$\sum_{k=1}^n (num(i_k) - num(k_{start})), h(\Delta) > 0 \quad (2.2)$$

$$i_k \in \{1/9, \dots, 9\}.$$

Але більш інформативними та корисними будуть зважені зусилля за вагою критерію, які можна обчислити за наступною формулою:

$$\sum_{k=1}^n (w_k * (num(i_k) - num(k_{start}))), h(\Delta) > 0 \quad (2.3)$$

Ця формула враховує вагомість кожного з критеріїв для досягнення мети.

Наведемо покрокове виконання алгоритму в спрощеному вигляді:

0) $k=1; j_1 = j_{1(start)}, sum = 0$.

1) Якщо $k = 0$, тоді завершити роботу.

2) Якщо $j_k \geq 9$, перейти до п.3

$$sum = sum - \Delta_{j_k, k}, j_k = j_k + 1, sum = sum + \Delta_{j_k, k},$$

Якщо $sum - (G(A_{best}) - G(A^*)) > 0$ – фіксуємо j -ту рекомендацію, перейти до п.3

Інакше якщо $k < n$ тоді $k = k + 1, j_k = j_{k(start)}$, перейти до п.1

3) $sum = sum - \Delta_{j_k, k}, k = k - 1$, перейти до п.1.

РОЗДІЛ 3

ОПИС ПРОГРАМНОЇ СИСТЕМИ НА ПРИКЛАДІ ЗАДАЧІ ВИБОРУ НАЙКРАЩОГО ФУТБОЛІСТА ЄВРОПИ 2012 Р.

Постановка задачі. На звання найкращого футболіста Європи 2012 р. претендують декілька кандидатів. Потрібно, враховуючи певну сукупність критеріїв, здійснити оптимальний вибір.

Розв'язання задачі за допомогою програмної системи. Після запуску системи розв'язання нової задачі починається з команди «Створити новий проект...», яка знаходиться в пункті меню «Файл». Команда виведе на екран діалогове вікно (рис. 3.1), в якому треба ввести назву задачі, кількість критеріїв та альтернатив; у полі «Коментар» можна ввести більш розгорнутий опис задачі:

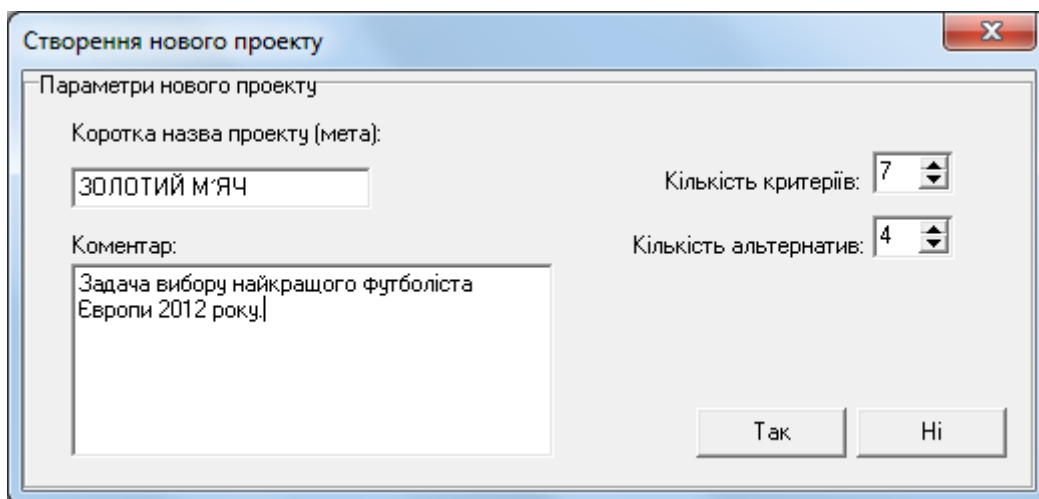


Рис. 3.1 Створення нового проекту

Припустимо, що потрібно зробити вибір з 4 наступних альтернатив:

{Роналду, Мессі, Ібрагімовіч, Інієста}, при цьому врахувати 7 критеріїв:

{Техніка, Атлетизм, Пас, Удар, Швидкість, Диспетчер, Витривалість}.

Після натискання кнопки «Так» з'явиться ієрархічне представлення задачі з відповідною кількістю критеріїв та альтернатив (рис. 3.2). В цьому вікні у користувача є можливість з контекстного меню елемента ієрархії додати або вилучити критерій або альтернативу, редагувати його назву, робити коментарі, завантажувати фотографії. Система дозволяє задавати до 9 критеріїв та до 9 альтернатив. Кількість рівнів ієрархії становить 3 (мета – найвищий рівень,

критерії – 2 рівень, альтернативи – найнижчий рівень). Для більшості практичних задач багатокритеріальної оптимізації ці обмеження не є суттєвими.

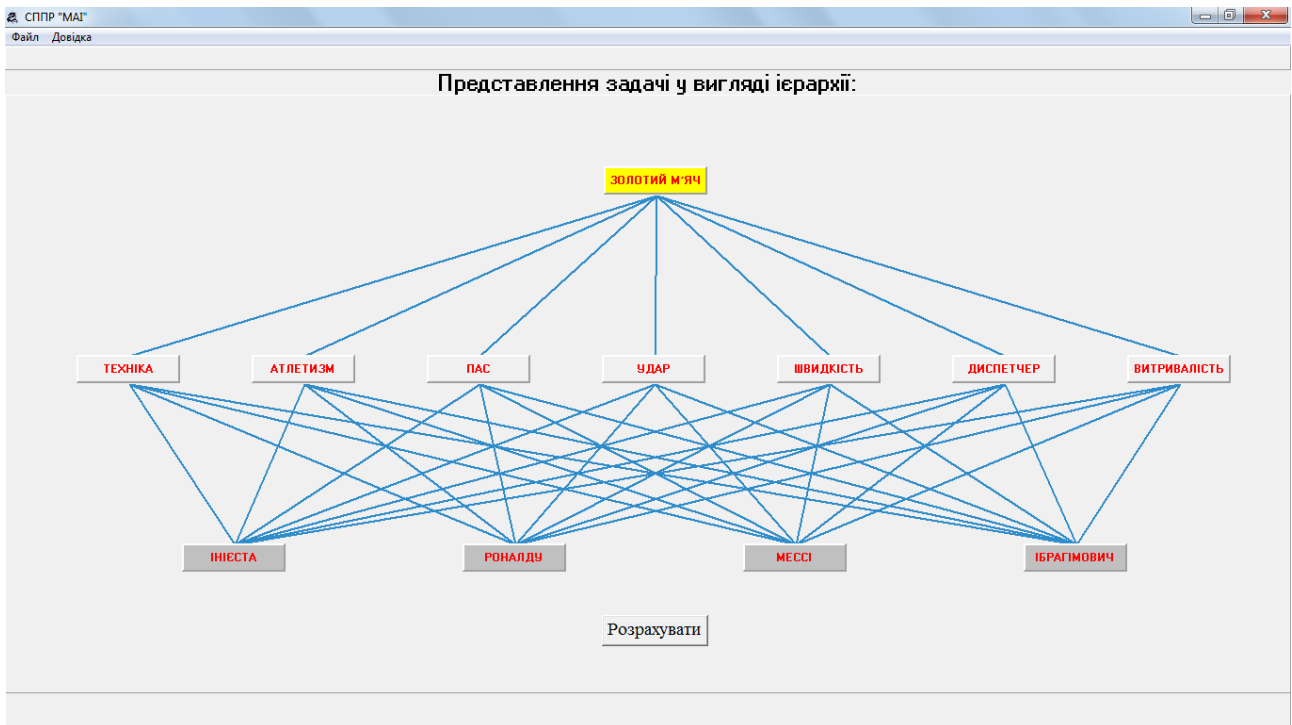


Рис. 3.2 Представлення задачі у вигляді ієрархії

На рис. 3.3 показано діалогове вікно введення даних для альтернатив.

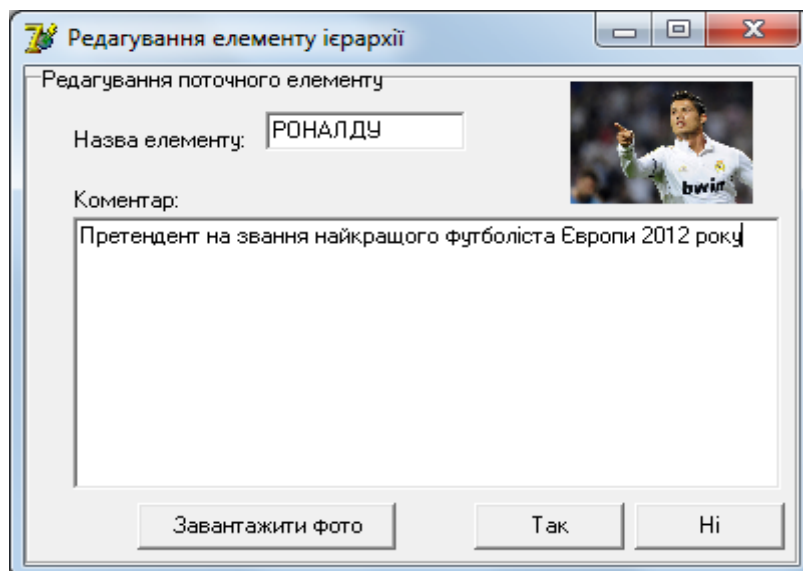


Рис.3.3 Редагування елемента ієрархії

Клацання лівою кнопкою миші на найвищому елементі ієрархії виведе діалогове вікно для введення матриці попарних порівнянь критеріїв. Заповнюємо її за допомогою лінгвістичної шкали, розташованої в нижній

частині вікна. Правий стовпчик матриці виводить розраховані локальні пріоритети, а в нижній частині можна побачити величину узгодженості даної матриці. У випадку, коли вона перевищує 20% система повідомляє про це червоним кольором (рис.3.4).

Попарні порівняння елементів задачі

Попарні порівняння відносно "ЗОЛОТИЙ М'ЯЧ"

	1	2	3	4	5	6	7	Локальні пріоритети
1. ТЕХНІКА	1	1/2	1/2	3	1/2	2	1/2	0.11
2. АТЛЕТИЗМ	2	1	3	4	3	2	1	0.26
3. ПАС	2	1/3	1	4	3	1	1/3	0.15
4. УДАР	1/3	1/4	1/4	1	2	1/2	1/4	0.06
5. ШВИДКІСТЬ	2	1/3	1/3	1/2	1	5	1/3	0.10
6. ДИСПЕТЧЕР	1/2	1/2	1	2	1/5	1	5	0.12
7. ВИТРИВАЛІСТЬ	2	1	3	4	3	1/5	1	0.19

Порівнюємо "ДИСПЕТЧЕР" з "ВИТРИВАЛІСТЬ"

Елемент переважає	Елемент поступається
Рівна вагомість (1)	Рівна вагомість (1)
Проміжний рівень (2)	Проміжний рівень (1/2)
Переважає помірно (3)	Поступається помірно (1/3)
Проміжний рівень (4)	Проміжний рівень (1/4)
Переважає суттєво (5)	Поступається суттєво (1/5)
Проміжний рівень (6)	Проміжний рівень (1/6)
Переважає сильно (7)	Поступається сильно (1/7)
Проміжний рівень (8)	Проміжний рівень (1/8)
Переважає абсолютно (9)	Поступається абсолютно (1/9)

Величина узгодженості даних складає 20.89 %

Не повинно бути перевищення 20%! Скоригуйте дані!

Рис.3.4 Попарні порівняння критеріїв

Клацання лівою кнопкою на будь-якому критерію виведе на екран схоже вікно для введення попарних порівнянь альтернатив між собою (рис.3.5).

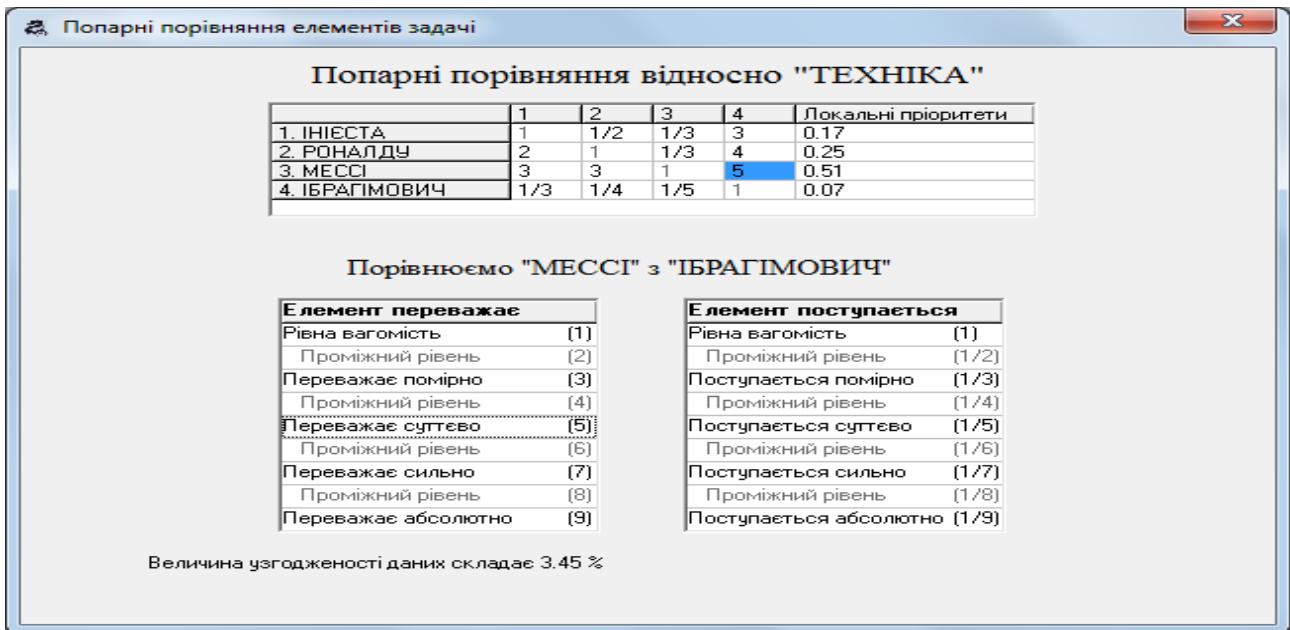


Рис.3.5 Попарні порівняння альтернатив

Після введення даних користувач має натиснути кнопку «Розрахувати». На рис.3.6 показаний результат.



Рис.3.6 Результати розрахунків

Переміг Мессі. Розробимо рекомендації для перемоги, наприклад, Інієсти. Оберемо цю альтернативу з випадваючого списку угорі вікна і натиснемо кнопку «Розробити рекомендації». На рис. 3.7 виведений результат.

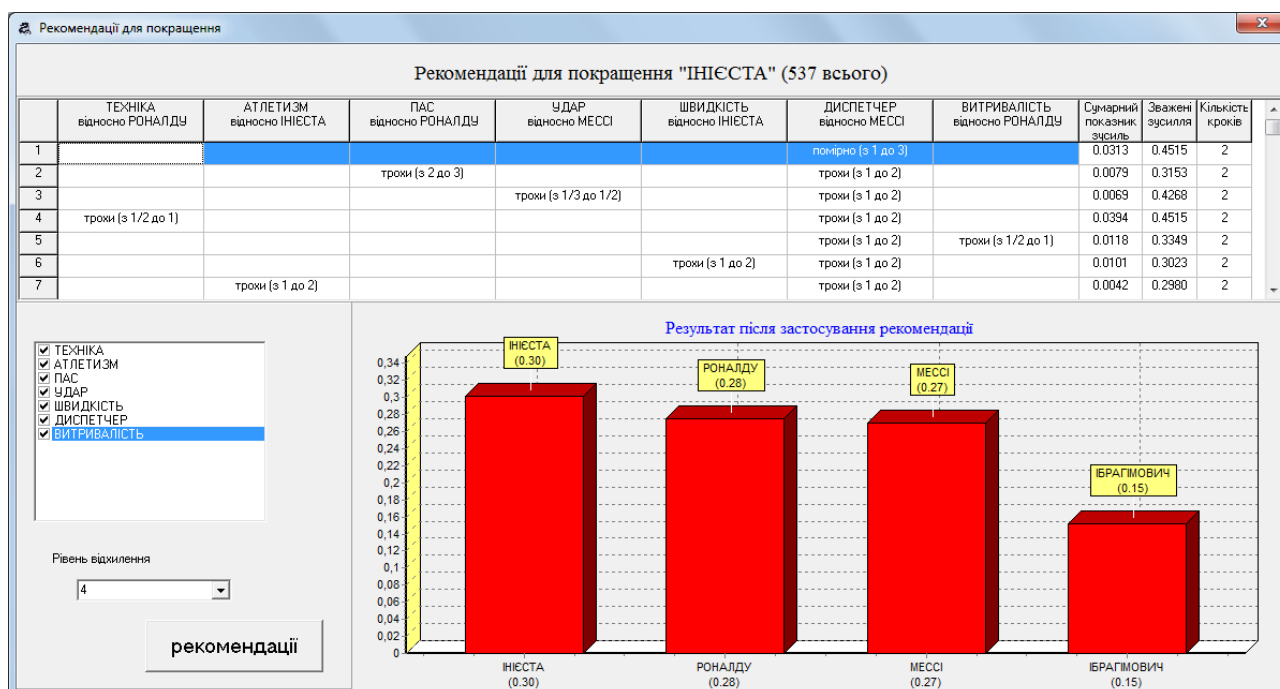


Рис.3.7 Результати розрахунків для програвшої альтернативи після покращення
 Результатом розрахунків є 537 рекомендацій (1 рядок – це 1 рекомендація) для альтернативи «Інієста», виведених у верхній частині вікна. Будь-яка з них гарантує альтернативі «Інієста» перемогу.

Стовпчиками кожної рекомендації є середні альтернативи, відносно яких треба покращувати свій стан. В дужках виводяться числа від 1 до, які показують який був і яким має стати стан альтернативи. Так, на наведеному малюнку виведена рекомендація №1, яка пропонує альтернативі «Інієста» помірно покращити відносно Мессі диспетчерські якості (з 1 до 3).

У наведеному розрахунку для альтернативи «Інієста» рекомендації побудовані на аналізі всіх 7 критеріїв. Але система дозволяє (дивись ліву нижню частину наведеного вікна) користувачу обирати не всі, а лише певні критерії для побудови рекомендацій. Доцільно обирати ті критерії, покращити стан за якими для даної альтернативи найпростіше. Додатково для кожного обраного критерію система надає можливість вказати рівень відхилення, на яку за даним критерієм альтернатива може покращити свій стан в порівнянні з попереднім.

Якщо рекомендацій дуже багато, система дозволяє їх впорядкувати за одним з трьох параметрів (див. останні 3 стовпчики на наведеному вище

малюнку), а саме: за сумарним показником зусиль, за зваженими зусиллями, або за кількістю кроків. Це відповідає формулам (2.1), (2.3) та (2.2) відповідно. Для впорядкування достатньо клацнути на бажаному стовпчику і тоді першими будуть виведені рекомендації з найменшими значеннями цього параметру.

Безумовно, остаточне рішення яких саме рекомендацій дотримуватися прийматиметься людиною. Але запропонована система надає в руки людині дуже ефективний інструмент не лише аналізу стану альтернативи на даний час, а і дозволяє оцінити перспективи її покращення в майбутньому, формуючи «настанови до дій». Дуже важливо, що ці рекомендації є максимально конкретними, принаймні настільки, наскільки це взагалі можливо при розв'язанні слабоструктурованих задач багатокритеріальної оптимізації.

ВИСНОВКИ

В результаті виконання науково-дослідної роботи «Програмна система дослідження слабоструктурованих задач багатокритеріальної оптимізації» були опановані базові теоретичні та практичні засади теорії прийняття рішень, досліджені методи розв'язання задач багатокритеріальної оптимізації (задачі вибору або ранжування альтернатив), їх програмна реалізація.

В роботі розглянуто такий клас задач багатокритеріальної оптимізації, в яких альтернативи дозволяють змінювати (покращувати) свій стан. Існуючі програмні продукти, які вирішують такого класу задачі, обмежуються лише знаходженням та констатацією факту яка саме альтернатива за даних умов є найкращою, тоді як запропонована програмна система не лише розв'язує цю класичну задачу вибору, але і дозволяє для будь-якої з альтернатив, які програли, генерувати рекомендації, дотримання яких гарантувало б для даної альтернативи перемогу. Тобто система породжує певні «настанови до дій», які вказують що саме і на яку величину треба змінити, щоб стати найкращою альтернативою. В цьому полягає *наукова новизна* роботи.

Побудована програмна система є *основним практичним результатом* досліджень. Підкреслимо, що для обраної альтернативи програмна система згенерує «інтелектуальний» список рекомендацій, виконання якого дозволить даній альтернативі перемогти. Під «інтелектуальністю» розуміється формування таких інструкцій для даної альтернативи, які б, з одного боку, потребували якомога менше зусиль (змін) альтернативи в порівнянні з її попереднім станом, та, з іншого, цих зусиль (змін) вистачало б для того, щоб дана альтернатива стала найкращою.

Основним теоретичним результатом досліджень є побудова відповідного алгоритму, за яким для одної з альтернатив, яка програла, формується «інтелектуальний» список рекомендацій, дотримання яких гарантує для даної альтернативи перемогу.

Робота має завершений вигляд, містить нові як теоретичні, так і практичні результати та носить очевидний прикладний характер.

Запропонована програмна система має універсальний характер, може застосовуватися в різних сферах людської діяльності для розв'язання складних задач багатокритеріальної оптимізації не лише для знаходження найкращої альтернативи, а і для отримання максимально конкретних рекомендацій для бажаної альтернативи, що саме і на скільки їй треба покращити, щоб перемогти.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Гафт М.Г. Принятие решений при многих критериях: брошюра / М.Г.Гафт – М.: Знание, 1979. – 64с. – ISBN 5-1346227-А : 0.00.
2. Гафт М.Г. О построении решающих правил в задачах принятия решений / М.Г.Гафт, В.В.Поддиновский // Автоматика и телемеханика. – 1981. – №6. – С.128-138.
3. О.И.Ларичев. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных Странах: учебник / О.И.Ларичев – М.: Логос, 2000. – 296с. – ISBN 5-88439-046-7.
4. В.Д.Ногин. Принятие решений при многих критериях: Учебно-методическое пособие / В.Д.Ногин – СПб.: ЮТАС, 2007. – 104 с. – ISBN 978-5-91185-018-4.
5. Подиновский В.В. Многокритериальные задачи с упорядоченными по важности критериями // Автоматика и телемеханика. – 1976. – №11. – С.118-127.
6. Саати Т. Принятие решений: Метод анализа иерархий / Т.Саати – М.: Радио и связь, 1993. – 314 с. – ISBN 5-256-00443-3.
7. Саати Т. Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети / Т.Л.Саати – М.: Издательство ЛКИ, 2008. – 360 с. – ISBN 978-5-397-01622-3.
8. Saaty T.L. The analytic hierarchy process. – N.-Y.: McGraw Hill, 1980. – 288p. – ISBN 0-07-054371-2.
9. Ларичев О. И. Системы поддержки принятия решений. Современное состояние и перспективы их развития / О.И.Ларичев, А.В.Петровский // Итоги науки и техники. Сер. Техническая кибернетика. – Т.21. М.: ВИНТИ, 1987. – С. 131-164.
10. Сараев А. Д. Системный анализ и современные информационные технологии / А.Д.Сараев, О.А.Щербина // Труды Крымской Академии наук. – Симферополь: СОНАТ, 2006. – С. 47-59.

ДОДАТОК ЗАСТОСУВАННЯ ПРОГРАМНОЇ СИСТЕМИ ДО ЗАДАЧІ ВИБОРУ НАЙКРАЩОГО АВТОМОБІЛЮ

Постановка задачі. З вказаної множини автомобілів обрати найкращий за сукупністю заданих критеріїв. Врахувати наступні 6 критеріїв: {«Вартість», «Надійність», «Дизайн», «Оснащення», «Комфорт», «Економічність»}. Дослідити наступні 4 альтернативи: {«Honda Civic», «Hyundai i30», «Peugeot 508», «VW Golf»}.

Розв'язання задачі за допомогою комп'ютерної системи. Спочатку вказуємо кількість критеріїв, альтернатив, назву та коментар задачі (рис.1).

Рис.1 Створення нового проекту

Далі будуємо ієрархію і вводимо назви та коментарі її елементів (рис.2).

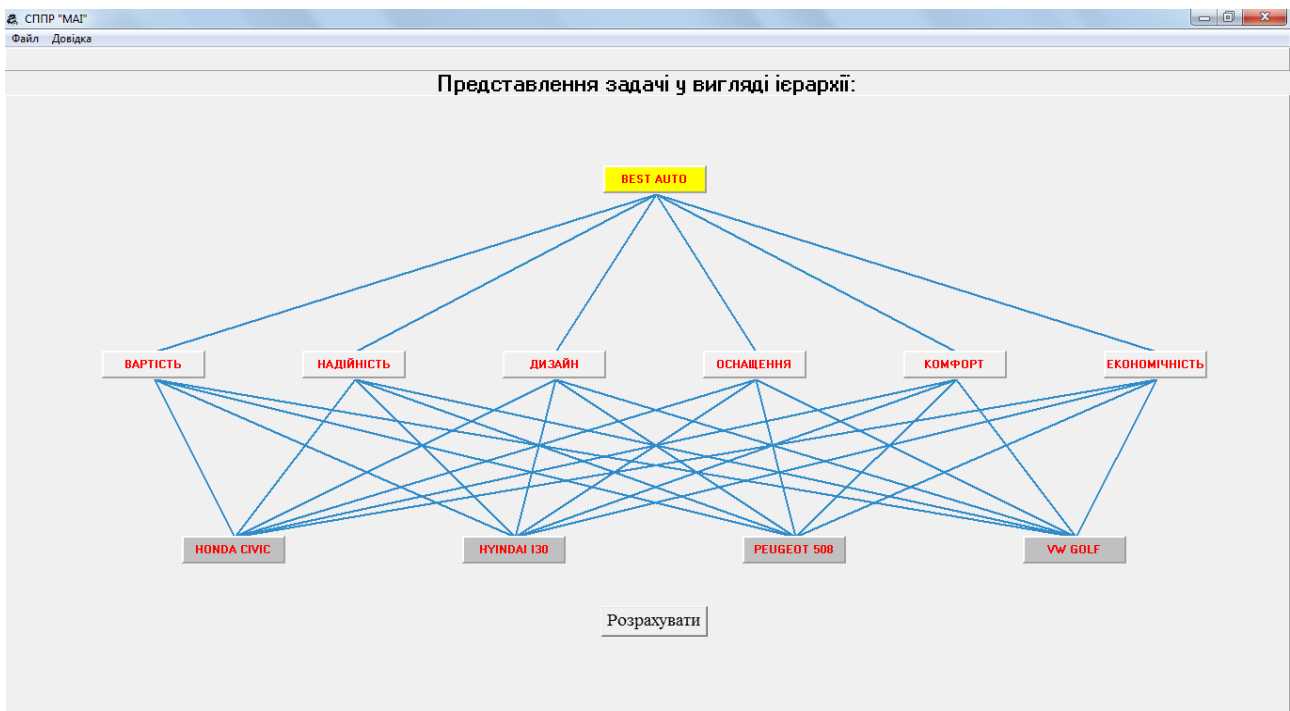


Рис.2 Представлення задачі у вигляді ієрархії

Проводимо попарні порівняння критеріїв відносно мети задачі (рис.3).

Попарні порівняння елементів задачі

Попарні порівняння відносно "BEST AUTO"

	1	2	3	4	5	6	Локальні пріоритети
1. ВАРТІСТЬ	1	1/4	3	3	2	4	0.22
2. НАДІЙНІСТЬ	4	1	3	4	3	3	0.38
3. ДИЗАЙН	1/3	1/3	1	4	1/2	3	0.13
4. ОСНАЩЕННЯ	1/3	1/4	1/4	1	1/2	1/3	0.05
5. КОМФОРТ	1/2	1/3	2	2	1	2	0.14
6. ЕКОНОМІЧНІСТЬ	1/4	1/3	1/3	3	1/2	1	0.08

Порівнюємо "КОМФОРТ" з "ЕКОНОМІЧНІСТЬ"

Елемент переважає	
Рівна вагомість	(1)
Проміжний рівень	(2)
Переважає помірно	(3)
Проміжний рівень	(4)
Переважає суттєво	(5)
Проміжний рівень	(6)
Переважає сильно	(7)
Проміжний рівень	(8)
Переважає абсолютно	(9)

Елемент поступається	
Рівна вагомість	(1)
Проміжний рівень	(1/2)
Поступається помірно	(1/3)
Проміжний рівень	(1/4)
Поступається суттєво	(1/5)
Проміжний рівень	(1/6)
Поступається сильно	(1/7)
Проміжний рівень	(1/8)
Поступається абсолютно	(1/9)

Величина узгодженості даних складає 8.38 %

Рис.3 Попарні порівняння критеріїв
Порівнюємо між собою альтернативи відносно кожного з критеріїв (рис.4).

Попарні порівняння елементів задачі

Попарні порівняння відносно "ВАРТІСТЬ"

	1	2	3	4	Локальні пріоритети
1. HONDA CIVIC	1	1/4	1/2	1/3	0.09
2. HYUNDAI I30	4	1	3	2	0.45
3. PEUGEOT 508	2	1/3	1	1/4	0.13
4. VW GOLF	3	1/2	4	1	0.32

Порівнюємо "HYUNDAI I30" з "VW GOLF"

Елемент переважає	
Рівна вагомість	(1)
Проміжний рівень	(2)
Переважає помірно	(3)
Проміжний рівень	(4)
Переважає суттєво	(5)
Проміжний рівень	(6)
Переважає сильно	(7)
Проміжний рівень	(8)
Переважає абсолютно	(9)

Елемент поступається	
Рівна вагомість	(1)
Проміжний рівень	(1/2)
Поступається помірно	(1/3)
Проміжний рівень	(1/4)
Поступається суттєво	(1/5)
Проміжний рівень	(1/6)
Поступається сильно	(1/7)
Проміжний рівень	(1/8)
Поступається абсолютно	(1/9)

Величина узгодженості даних складає 3.95 %

Рис.4 Попарні порівняння альтернатив

Проводимо розрахунок задачі, результат виведений на рис.5.



Рис.5 Результати розрахунків

Найкращим вибором за даних умов буде альтернатива «Peugeot 508».

Розробимо рекомендації для перемоги альтернативи «Hyundai i30» (рис.6).

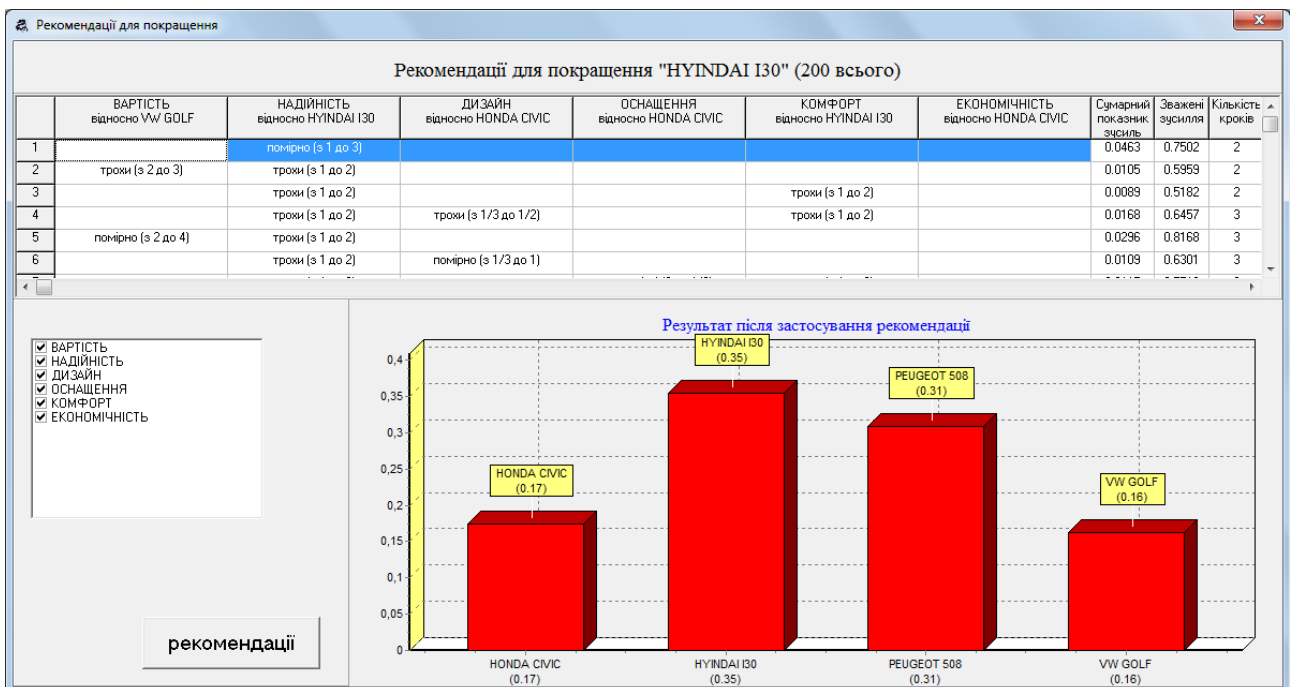


Рис.6 Результати розрахунків для програвшої альтернативи після покращення

На рисунку виведена рекомендація, коли зміна навіть одного критерію дає результат: достатньо помірно (з 1 до 3) покращити надійність «Hyundai i30».